Karakteristik Teknik Pergandaan dan Penjumlahan pada Program Dinamik

Pardi Affandi
Matematika FMIPA-Universitas Lambung Mangkurat, Banjarbaru

Abstrak

Program dinamik adalah suatu prosedur matematika yang dirancang untuk menentukan sederet keputusan yang saling berhubungan dengan proses pengambilan keputusan secara bertahap ganda yang mengoptimalkan penyelesaian masalah secara efektif. Teknik ini membagi masalah menjadi sub masalah yang disebut tahap, kemudian tahap-tahap tersebut dihubungkan satu sama lain dengan suatu keadaan. Perhitungan di tahap yang berbeda-beda dihubungkan melalui perhitungan rekursif untuk menghasilkan solusi pada setiap tahap. Prosedur pemecahan persoalan secara rekursif artinya keputusan yang diambil pada suatu tahap harus berdasarkan keadaan yang dihasilkan pada keputusan sebelumnya. Bentuk persoalan dalam Program Dinamik dapat digolongkan terhadap teknik pergandaan dan juga penjumlahan. Dalam tulisan ini akan diuraikan karakteristik teknik pergandaan dan penjumlahan dalam menentukan keputusan optimal pengalokasian sumber daya tertentu dengan membagi permasalahan ke dalam beberapa tahap sehingga diperoleh perolehan maksimum. Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur yaitu dengan mengumpulkan dan mempelajari referensi pendukung yang berkaitan dengan program dinamik. Hasil penelitian ini diperoleh karakteristik permasalahan yang diselesaikan dengan teknik pergandaan dan penjumlahan sebagai langkah awal untuk menyelesaikan masalah optimasi pada Program Dinamik.

Kata Kunci: Program Dinamik, Rekursif, Pergandaan, Penjumlahan.

1. Pendahuluan

Program dinamik adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap ganda. Dalam metode ini, keputusan yang menyangkut suatu persoalan dioptimalkan secara bertahap-tahap dan bukan sekaligus. Jadi inti dari metode ini adalah membagi suatu persoalan atas beberapa persoalan yang dalam program dinamik disebut tahap, kemudian memecahkan tiap tahap dengan mengoptimalkan keputusan tiap tahap sampai seluruh tahap terpecahkan. Metode ini pertama sekali dikenalkan oleh Richard Bellman pada tahun 1950. Untuk memecahkan suatu persoalan dengan program dinamik diperlukan suatu formulasi yang tepat untuk memudahkan penyelesaian dari persoalan itu.

2. Landasan Teori

Program dinamik pada awalnya dikembangkan oleh Rhichard Bellman di Rand Corporation dengan prinsip optimalitasnya yaitu:

> "*Suatu kebijakan optimal mempunyai sifat bahwa apapun keadaan dan keputusan awal, keputusan berikutnya harus memberikan suatu kebijakan optimal dengan memperhatikan keadaan dari hasil keputusan pertama".*

Dengan demikian prinsip ini mengandung arti Pengambilan keputusan diperkenankan untuk mengambil keputusan yang layak pada persoalan yang tersisa tanpa mengoreksi kembali keputusan sebelumnya, dalam rangka keputusan yang telah diambil tergantung pada tahap sebelumnya dalam rangkaian.

Pada umumnya, program dinamik dapat digunakan untuk persoalan yang memuat banyak kendala. Dalam persoalan berkendala satu terdapat satu keadaan untuk satu tahap. Persoalan berkendala lebih dari satu mempunyai banyak kendala sama dengan banyaknya keadaan untuk tiap tahap. Jika terdapat sejumlah kendala, maka terdapat variabel keadaan untuk tiap tahap. Penambahan jumlah kendala sejalan dengan penambahan jumlah variabel keadaan.

Untuk menentukan keputusan optimal dari persoalan program dinamik yang bertahap ganda, pertama sekali harus ditinjau keputusan optimal. Untuk keadaan yang mungkin pada satu tahap ini diambil keputusan yang bersesuaian dengan variabel keadaan, maka keputusan optimal pada tahap ini tidak boleh mempengaruhi atau dipengaruhi oleh apapun yang terjadi pada tahap–tahap berikutnya.

3. Hasil dan Pembahasan

Beberapa karakteristik permasalahan yang biasanya diselesaikan dengan teknik pergandaan :

a. Biasanya masalah yang dihadapi adalah meminimumkan sebuah fungsi. Misalnya meminimumkan kerusakan harta benda akibat api, meminimumkan kriminalitas di beberapa daerah
b. Persoalan dapat dipecah menjadi n buah bagian tahap namun keputusan yang diambil tergantung keputusan sebelumnya.
c. Dipengaruhi oleh syarat-syarat keadaan dan juga dipengaruhi masalah tingkat kepercayaan (peluang) tertentu.

Berikut ini sebuah masalah yang akan diselesaikan dengan teknik pergandaan.

Perencana perkotaan menyampaikan satu usul tentang alokasi terbaik dari sistim pemadam kebakaran untuk tiga daerah (distrik). Satu daerah dapat diberikan 0 sampai 3 stasiun. Jumlah stasiun dalam satu daerah berkaitan dengan kerusakan harta benda disebabkan oleh api. Ini terlihat dari tabel berikut. Satu daerah dibedakan dengan daerah lain karena faktor jumlah penduduk, campuran antara pemukiman dan pertokoan, sosial ekonomi penduduk, dan mutu bangunan. Karena kelangkaan dana jumlah stasiun terpaksa dibatasi sampai 5 saja.

Tabel 1. Kerusakan harta benda dalam setahun (jutaan rupiah).

Daerah	Jumlah stasiun tiap daerah			
	0	1	2	3
A	2,0	0,9	0,3	0,2
B	0,5	0,3	0,2	0,1
C	1,5	1,0	0,7	0,3

Rumuskan masalah dalam model matematika dan tentukan jawab optimalnya.

Masalah program dinamik dapat dinyatakan dalam bentuk umum :

Minimumkan :

$$\mathbf{f_n(x)} = \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{r_j(x_j)}$$

Dengan batasan : $x = \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{x_j}$

dan

$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, . . ., n)

Pembagian optimal dari jumlah stasiun dapat ditentukan dengan program dinamik dengan cara :

1. Persoalan diselesaikan dengan 3 tahap, dimana tahap digambarkan menyatakan banyak daerah.
2. Keadaan dalam persoalan ini adalah jumlah stasiun yang tersedia yaitu 5 buah.
3. Perolehan adalah jumlah kerusakan harta benda.
4. Keputusan ialah banyaknya stasiun yang akan dialokasikan di setiap daerah.

Persoalan ini diselesaikan dengan menggunakan teknik pergandaan, maka digunakan prosedur rekursif melalui rumus

$f_i(x_i)$ = min. $\{R_i m_i\ (b_i m_i)\}$ dan

$f_i(x_i)$ = min. $\{R_i m_i\ (b_i m_i)\ f_{i-1}(x_i - bimi)\}$

dimana B = x_5 = 5 dan Pij = Rij

dengan i = 1,2,3 .

Tahap 1

$f_1(x_1)$ = min. $\{R_1 m_1(b_1 m_1)\}$

Tahap 2

$f_2(x_2)$ = min. $\{R_2 m_2(b_2 m_2).\ f_1(x_2 - b_2 m_2)\}$

Tahap 3

$f_3(x_3)$ = min. $\{R_3 m_3(b_3 m_3).\ f_2(x_3 - b_3 m_3)\ .\ f_2(x_3 - b_3 m_3)\}$

Jadi keputusan Optimal ($m_1^*\ m_2^*\ m_3^*$) adalah : (2,3,0) berarti 2 stasiun di daerah A, 3 stasiun di daerah B, 0 stasiun di daerah C atau (2,0,3) berarti 2 stasiun di daerah A, 0 stasiun di daerah B, 3 stasiun di daerah C.

Sehingga kerusakan harta benda dapat diminimumkan menjadi :

- 0,3 x 0,1 x 1,5 = 0,045 (dalam juta)
45.000

- 0,3 x 0,5 x 0,3 = 0,045 (dalam juta) 45.000

Beberapa karakteristik permasalahan yang biasanya diselesaikan dengan teknik penjumlahan :

a. Biasanya masalah yang dihadapi adalah memaksimumkan sebuah fungsi. Misalnya memaksimumkan keuntungan atau perolehan.
b. Biasanya masalah tanpa dipengaruhi tingkat kepercayaan (peluang) tertentu.

Berikut akan diselesaikan masalah pergandaan.

Tabel.2 Data Perolehan Hasil Produksi Tanaman berdasarkan Pengaruh Kebijakan Alokasi Air untuk Setiap Daerah

x_i	Daerah A	Daerah B	Daerah C
0	0	0	0
1	11	7	15
2	20	12	24
3	27	15	27
4	32	16	24
5	35	15	15
6	36	12	0
7	35	7	-21
8	32	0	-48
9	27	-9	-81
10	20	-20	-120

Sumber data : Ilaboya, dkk, 2011

Berdasarkan tabel di atas, dapat dilihat bahwa kebijakan pengalokasian unit air ke-x_i mengakibatkan fluktuasi atau naik turunnya produksi tanaman yang dihasilkan pada ketiga daerah tersebut.

Tidak semua kebijakan pengalokasian unit air ke-x_i dapat meningkatkan produksi tanaman bagi setiap daerah tersebut.

Maka permasalahan optimasi reservoir dapat diuraikan sebagai berikut: Misalkan $r_i(x_i)$ adalah ukuran hasil produksi tanaman pada setiap daerah i untuk setiap alternatif kemungkinan rencana alokasi unit air ke-x_i (x_i = 0,1,2,…,10), seperti yang diberikan pada tabel 2. Jadi tujuannya adalah menetapkan keputusan optimal dengan memilih rencana alokasi unit air ke–x_i pada daerah i untuk setiap *state* ke-s_i (s_i = 0,1,…,10) sehingga memaksimumkan perolehan $r_i(x_i)$, maka dapat dituliskan fungsi tujuannya adalah:

$$\text{Memaksimumkan } R = \sum_{i=1}^{3} r_i(x_i)$$

$$\text{dengan kendala } \sum_{i=1}^{3} x_i = 10$$

x_i adalah bilangan bulat nonnegatif

Di mana:

i = Tahap (*stage*) yang merupakan daerah pengalokasian air (i = 1, 2, 3)

x_i = Variabel keputusan yang merupakan banyaknya unit air yang dialokasikan pada tahap ke – i . Dalam hal ini variabel pengambilan keputusan bersifat dinamis (berubah-ubah) sesuai dengan jumlah state s_i

s_i = Keadaan (*state*) yang merupakan jumlah unit air yang dialokasikan untuk tahap ke-i

R = Jumlah keuntungan produksi maksimal yang dihasilkan dari tahap i untuk rencana pengalokasian air pada usulan ke-x_i (x_i = 0,1,2,..,10)

Masalah program dinamis pada berikut ini menggunakan klasifikasi sebagai berikut:

1) Berdasarkan variabel *state*, pada masalah reservoir digunakan variabel diskrit.
2) Berdasarkan jumlah *state* terdiri dari beberapa *state*.
3) Berdasarkan jumlah tahap menggunakan tahap terhingga (*i= 1,2,…,n*, di mana *n* banyaknya tahap).
4) Berdasarkan hubungan antar tahap menggunakan tahap seri, masalah dipecah menjadi sub masalah yang disebut tahap di mana penyelesaiannya bergerak dari satu tahap ke tahap lain dan setiap tahap saling terhubung dengan suatu *state*.
5) Berdasarkan fungsi transformasi digunakan program dinamis deterministik.

Adapun proses optimasinya dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Masalah dipecah menjadi 3 tahap (*stage*),di mana tahap 1 mewakili daerah A, tahap 2 mewakili daerah B, dan tahap 3 mewakili daerah C. Pada setiap tahap akan dialokasikan sejumlah volume air.
2. Antara tahap yang satu dan tahap yang lain dihubungkan dengan *state* di mana keadaan untuk tahap 1, 2 , dan 3 didefinisikan sebagai berikut:

s_1 = jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A

s_2 = jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A dan daerah B

s_3 = jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A, daerah B, dan daerah C

Tahap 1 (*i* = 1)

Misalkan s_1 adalah keadaan (*state*) pada daerah A di mana s_1 = 0, 1, 2, ..., 10, perhitungan tahap 1 digunakan persamaan berikut:

$$f_i(s_i) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_i \\ 0 \le x_i \le s_i}}{maks} \{r_i(x_i) + f_{i-1}(s_{i-1})\}$$

$$f_1(s_1) = \underset{\substack{x_1 = 0,1,...,10 \\ 0 \le x_1 \le s_1}}{maks} \{r_1(x_1) + f_{1-1}(s_{1-1})\}$$

$$f_1(s_1) = \underset{\substack{x_1 = 0,1,...,10 \\ 0 \le x_1 \le s_1}}{maks} \{r_1(x_1) + f_0(s_0)\}$$

$$f_1(s_1) = \underset{\substack{x_1 = 0,1,...,10 \\ 0 \le x_1 \le s_1}}{maks} \{r_1(x_1) + (0)\}$$

$$f_1(s_1) = \underset{\substack{x_1 = 0,1,...,10 \\ 0 \le x_1 \le s_1}}{maks} \{r_1(x_1)\}$$

Perolehan keputusan optimal pada tahap 1 adalah:

a. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 0 unit (s_1 =0) maka dengan mengalokasikan 0 unit air (x_1^* = 2) tidak meningkatkan keuntungan [$f_1(s_1) = 0$].
b. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 1 unit (s_1 =1) maka dengan mengalokasikan 1 unit air (x_1^* = 1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 11 satuan [$f_1(s_1) = 11$].
c. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 2 unit (s_1 =2) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_1^* = 2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 20 satuan [$f_1(s_1) = 20$].
d. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 3 unit (s_1 =3) maka dengan mengalokasikan 3 unit air (x_1^* = 3) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 27 satuan [$f_1(s_1) = 27$].
e. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 4 unit (s_1 =4) maka dengan mengalokasikan 4 unit air (x_1^* = 1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 32 satuan [$f_1(s_1) = 32$].
f. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 5 unit (s_1 =5) maka dengan mengalokasikan 5 unit air (x_1^* = 5) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 35 satuan [$f_1(s_1) = 35$].
g. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah A sebesar 6 sampai 10 unit (s_1 =6,7,…,10) maka dengan mengalokasikan 6 unit air (x_1^* = 6) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 36 satuan [$f_1(s_1) = 36$].

Tahap 2 (*i* = 2)

$$f_i(s_i) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_i \\ 0 \le x_i \le s_i}}{maks} \{r_i(x_i) + f_{i-1}(s_{i-1})\}$$

$$f_i(s_i) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_i \\ 0 \le x_i \le s_i}}{maks} \{r_i(x_i) + f_{i-1}(s_i - x_i)\}$$

$$f_2(s_2) = \underset{\substack{x_2 = 0,1,..,10 \\ 0 \le x_2 \le s_2}}{maks} \{r_2(x_2) + f_{2-1}(s_2 - x_2)\}$$

$$f_2(s_2) = \underset{\substack{x_2 = 0,1,..,10 \\ 0 \le x_2 \le s_2}}{maks} \{r_2(x_2) + f_1(s_2 - x_2)\}$$

Perolehan keputusan optimal pada tahap 2 ialah:

a. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 3 unit (s_2 =3) maka dengan mengalokasikan 0 atau 1 unit air (x_2^* = 0,1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 27 satuan [$f_2(s_2) = 27$].

b. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 4 unit (s_2 =4) maka dengan mengalokasikan 1 unit air (x_2^* = 1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 34 satuan [$f_2(s_2) = 34$].

c. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 5 unit (s_2 =5) maka dengan mengalokasikan 1 atau 2 unit air (x_2^* = 1,2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 39 satuan [$f_2(s_2) = 39$].

d. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 6 unit (s_2 =6) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_2^* = 2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 44 satuan [$f_2(s_2) = 44$].

e. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 7 unit (s_2 =7) maka dengan mengalokasikan 2 atau 3 unit air (x_2^* = 2,3) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 47 satuan [$f_2(s_2) = 47$].

f. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 8 unit (s_2 =8) maka dengan mengalokasikan 3 unit air (x_2^* = 3) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 50 satuan [$f_2(s_2) = 50$].

g. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 9 unit (s_2 =9) maka dengan mengalokasikan 3 atau 4 unit air (x_2^* =3,4) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 51 satuan [$f_2(s_2) = 51$].

h. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah B sebesar 10 unit (s_2 =10) maka dengan mengalokasikan 4 unit air (x_2^* =4) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 52 satuan [$f_2(s_2) = 52$].

Tahap 3 (*i* = 3)

$$f_i(s_i) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_i \\ 0 \le x_i \le s_i}}{maks} \{r_i(x_i) + f_{i-1}(s_{i-1})\}$$

$$f_i(s_i) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_i \\ 0 \le x_i \le s_i}}{maks} \{r_i(x_i) + f_{i-1}(s_i - x_i)\}$$

$$f_3(s_3) = \underset{\substack{\text{usulan yang layak } x_3 \\ 0 \le x_3 \le s_3}}{maks} \{r_3(x_3) + f_{3-1}(s_3 - x_3)\}$$

$$f_3(s_3) = \underset{\substack{x_3 = 0,1,\ldots,10 \\ 0 \le x_3 \le s_3}}{maks} \{r_3(x_3) + f_2(s_3 - x_3)\}$$

Perolehan keputusan optimal pada tahap 3 ialah:

a. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 0 unit (s_3 =0) maka dengan mengalokasikan 0 unit air (x_3^* =0) tidak meningkatkan keuntungan [$f_3(s_3) = 0$].

b. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 1 unit (s_3 =1) maka dengan mengalokasikan 1 unit air (x_3^* = 1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 15 satuan [$f_3(s_3) = 15$].

c. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 2 unit (s_3 =2) maka dengan mengalokasikan 1 unit air (x_3^* =1) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 26 satuan [$f_3(s_3) = 26$].

d. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 3 unit (s_3 =3) maka dengan mengalokasikan 1 atau 2 unit air (x_3^* =1,2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 35 satuan [$f_3(s_3) = 35$].

e. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 4 unit (s_3 =4) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_3^* =2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 44 satuan [$f_3(s_3) = 44$].

f. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 5 unit (s_3 =5) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_3^* = 2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 51 satuan [$f_3(s_3) = 51$].

g. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 6 unit (s_3 =6) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_3^* =2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 58 satuan [$f_3(s_3) = 58$].

h. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 7 unit (s_3 =7) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_3^* =2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 63 satuan [$f_3(s_3) = 63$].

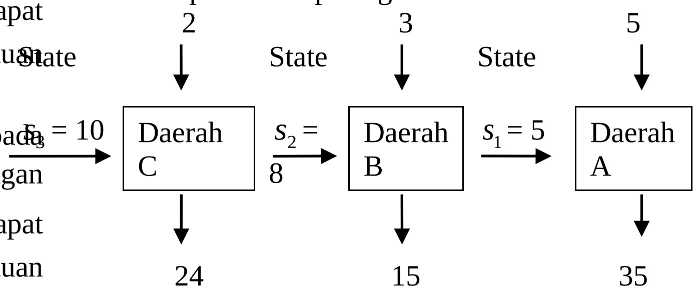
i. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 8 unit (s_3 =8) maka dengan mengalokasikan 2 unit air (x_3^* =2) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 68 satuan [$f_3(s_3) = 68$].

j. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 9 unit (s_3 =9) maka dengan mengalokasikan 2 atau 3 unit air (x_3^* =2,3) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 71 satuan [$f_3(s_3) = 71$].

k. Pada saat *state* atau jumlah unit air pada daerah C sebesar 10 unit (s_3 =10) maka dengan mengalokasikan 2 atau 3 unit air (x_3^* = 2,3) dapat meningkatkan keuntungan sebesar 74 satuan [$f_3(s_3) = 74$].

Berdasarkan hasil perhitungan dapat dilihat pada tabel 4, keuntungan maksimum untuk seluruh tahap ialah $f_3(s_3) = 74$ dengan $x_3^* = 2$ dan $x_3^* = 3$ di mana $s_3 = 10$ sehingga diperoleh 2 keputusan penyelesaian optimalnya yaitu sebagai berikut:

1) Pada saat diambil $x_3^* = 2$ dengan $r_3(x_3) = 24$, maka $s_2 =$ 10-2 = 8. Sehingga keputusan optimal pada tahap 2 dengan $s_2 = 8$ ialah pada $x_2^* = 3$, dengan $r_2(x_2)$ = 15 (dapat dilihat pada tabel 3). Sehingga alokasi pada tahap 1 ialah $s_1 =$ 8-3 = 5, maka keputusan optimal pada tahap 1 dengan $s_1 = 5$ ialah pada $x_1^* = 5$ dengan $r_1(x_1)$ = 35 (dapat dilihat pada tabel 2). Untuk hasil pengalokasian untuk ketiga daerah tersebut dapat dilihat pada gambar 1 berikut:



Gambar 1. Bagan Hasil Alokasi Unit Air untuk Keputusan 1

Diketahui:

Tahap 3 : $x_3^* = 2$ $r_3(x_3) = 24$

Tahap 2 : $x_2^* = 3$ $r_2(x_2) = 15$

Tahap 1 : $x_1^* = 5$ $r_1(x_1) = 35$

Maka keuntungan maksimum untuk keseluruhan daerah diperoleh:

$$
\begin{aligned}
R &= \sum_{i=1}^{3} r_i(x_i) \\
&= r_1(x_1) + r_2(x_2) + r_3(x_3) \\
&= 35 + 15 + 24 \\
&= 74
\end{aligned}
$$

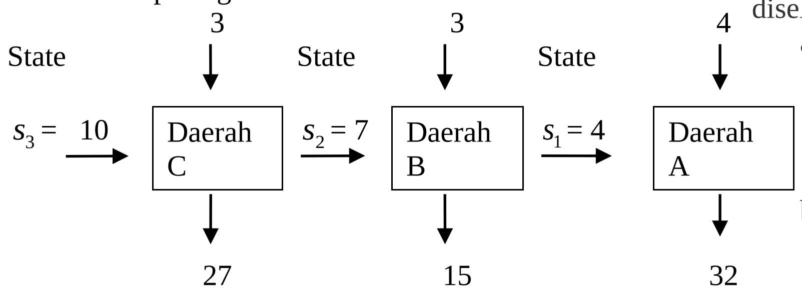
s_1 = jumlah unit air yang dialokasikan pada daerah A sebanyak 5 unit.

s_2 = jumlah unit air yang dialokasikan pada daerah A dan B sebanyak 8 unit.

s_3 = jumlah unit air yang dialokasikan pada daerah A, B dan C sebanyak 10 unit, dengan pengalokasian untuk daerah A sebanyak 5 unit, daerah B sebanyak 3 unit dan daerah C sebanyak 2 unit.

2) Pada saat diambil $x_3^* = 3$ dengan $r_3(x_3) = 27$, maka s_2 = 10-3 = 7. Keputusan optimal pada tahap 2 dengan $s_2 = 7$ ialah pada $x_2^* = 3$ dengan $r_2(x_2)$ = 15 (dapat dilihat pada tabel 3). Sehingga alokasi pada tahap 1 ialah $s_1 =$ 7-3 = 4, keputusan optimal pada tahap 1 dengan $s_1 = 4$ ialah pada $x_1^* = 4$ dengan

$r_1(x_1)$ = 32. Untuk hasil pengalokasian untuk ketiga daerah tersebut dapat dilihat pada gambar 2 berikut:



Gambar 2. Bagan Hasil Alokasi Unit Air untuk Keputusan 2

Diketahui:

Tahap 3 : $x_3^* = 3$ $\quad$ $r_1(x_1) = 27$

Tahap 2 : $x_2^* = 3$ $\quad$ $r_2(x_2) = 15$

Tahap 1 : $x_1^* = 4$ $\quad$ $r_3(x_3) = 32$

Maka keuntungan maksimum untuk keseluruhan daerah diperoleh:

$$
\begin{aligned}
R &= \sum_{i=1}^{3} r_i(x_i) \\
&= r_1(x_1) + r_2(x_2) + r_3(x_3) \\
&= 32 + 15 + 27 \\
&= 74
\end{aligned}
$$

$s_1 =$ jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A sebanyak 4 unit

$s_2 =$ jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A dan B sebanyak 7 unit

$s_3 =$ jumlah unit air yang dialokasikan untuk daerah A, B dan C sebanyak 10 unit, dengan pengalokasian pada daerah A sebanyak 4 unit, daerah B sebanyak 3 unit dan daerah C sebanyak 3 unit.

Untuk hasil keputusan (1) dan keputusan (2) dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3. Hasil Keputusan Optimal

s_3	x_3^*	s_2	x_2^*	s_1	x_1^*	Kep	Keunt
10	2	10-2=8	3	8-3=5	5	(2,3,5)	74
	3	10-3=7	3	7-3=4	4	(3,3,4)	74

4. Kesimpulan

Karakteristik permasalahan yang biasanya diselesaikan dengan teknik pergandaan :

a. Biasanya masalah yang dihadapi adalah meminimumkan sebuah fungsi. Misalnya meminimumkan kerusakan harta benda akibat api, meminimumkan kriminalitas di beberapa daerah
b. Persoalan dapat dipecah menjadi n buah bagian tahap namun keputusan yang diambil tergantung keputusan sebelumnya.
c. Dipengaruhi oleh syarat-syarat keadaan dan juga dipengaruhi masalah tingkat kepercayaan (peluang) tertentu.

10. Daftar Pustaka

[1] Affandi, P *Program Dinamik dengan Tehnik rekursif* 2008. FMIPA-UNLAM. Banjarmasin.

[2] Affandi, P. *Teknik Pergandaan Pada Program Dinamik*, Kalimantan scientiae, April 2007.

[3] Affandi, P. *Rangkaian Tahap Keputusan pada Program Dinamik,* Jurnal Matematika Murni dan Terapan, April 2006.

[4] Een Rosianastasia, Aplikasi Program Dinamis Untuk Menyelesaikan Masalah Operasional Reservoir. 2015.

[5]Hiller, F.S dan G.J.Liberman. 1990. *Pengantar Riset Operasi Edisi Kelima Jilid I Terjemahan Ellen Gunawan S dan Ardi Wirda M*. Erlangga. Jakarta.

[6] Ilaboya I.R, Atikpo E, Ekoh G.O, dkk. 2011. *Application Of Dynamic Programming to Solving Reservoir Operational Problems.* University of Benin, Departement of Civil Engineering, Faculty of Engineering. Nigeria.

[7] Indriyani, Dwi. 2009. *Optimasi Operasional waduk Wonorejo Sebagai Waduk Serbaguna Menggunakan Program Dinamik*. FTSP-ITS. Surabaya.

[8] Markland E., Robert R., Sweigart, James,"***Quantitative Method Aplication to Managerial Decision Making***", Jhon Wiley, Sons, New York, 1987.

[9] Taha, A Hamdy. 1996. *Riset Operasi Edisi Kelima Jilid 1*. Binarupa Aksara. Jakarta.

[10] Taha, A Hamdy. 1996. *Riset Operasi Edisi Kelima Jilid 1*. Binarupa Aksara. Jakarta.

[11] Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek*. Universitas Indonesia (UI-Press). Jakarta

[12] Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek*. Universitas Indonesia (UI-Press). Jakarta

[13] Simanjuntak, Novita. H. 2009. *Aplikasi Model Program Linier dengan Program Dinamik untuk Menentukan Jumlah Produksi Optimum pada Turangie oil Mill*. FMIPA Universitas Sumatera Utara. Medan.