

PERUBAHAN INVENTORI MULTI-ITEM YANG MENGALAMI PENINGKATAN ATAU PENURUNAN DENGAN MENGGUNAKAN KENDALI OPTIMAL

Pardi Affandi¹, Faisal²

^{1,2} Program Studi Matematika
Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Email: p_affandi@ulm.ac.id

Abstrak

Dalam makalah ini dibahas masalah inventori multi-item dalam menentukan jumlah inventori pada setiap periode waktu dalam memenuhi permintaan dari beberapa produk. Model inventori yang dibahas mengalami peningkatan atau penurunan dalam bentuk inventori multi-item, karena dalam dunia real masalah yang dihadapi cenderung inventori terdiri dari beberapa jenis item. Model yang diperoleh diselesaikan dengan kontrol optimal dengan melibatkan Pontryagin. Sehingga akan didapatkan cara bagaimana menentukan biaya produksi yang optimal dari tingkat persediaan yang optimal.

Kata kunci: *Inventori Multi-Item, Kontrol Optimal, Pontryagin.*

1. Pendahuluan

Banyak masalah yang terdapat dalam Riset Operasi salah satu diantaranya adalah masalah inventori. Dari hasil kajian penelitian sebelumnya diperoleh masalah yang timbul bahwa perubahan dalam inventori tidak mungkin terjadi sekaligus yaitu peningkatan juga penurunan, walaupun dalam teori modelnya bisa dibentuk tapi pada kenyataannya sangat sulit menemukan kasus yang nyata [1],[4],[6],[8]. Dalam periode produksi $[0, t_1]$ inventori akan bertambah banyak selama masa produksi tetapi akan berkurang dengan adanya permintaan dan kemerosotan [2],[3],[12]. Seluruh model masih menggunakan bentuk permintaan konstan dan Linier [5],[7],[8],[9].

Penelitian dilanjutkan dengan inventori dengan Model permintaan Stokastik (memuat unsur ketidakpastian) karena dalam kenyataannya ternyata permintaan terhadap inventori cenderung terjadi perubahan dari waktu ke waktu

sesuai dengan keinginan konsumen, bisa jumlah permintaannya banyak juga bisa berubah menjadi sedikit sehingga di dalamnya mengandung unsur ketidakpastian [2],[3],[16]. Namun diperoleh masalah baru karena selain Permintaan ternyata Produksi juga termasuk salah satu unsur yang didalamnya mengandung ketidakpastian, yang jumlahnya sangat bervariasi dan sudah sangat pasti memberikan pengaruh terhadap inventori yang tersedia [3]. Perusahaan menginginkan cukup pasokan untuk memenuhi permintaan pelanggan, tapi produksi terlalu banyak dapat meningkatkan biaya dan risiko kerugian melalui terjadinya keusangan atau kerusakan barang [1],[7],[8]. Produksi terlalu kecil meningkatkan risiko kehilangan penjualan yang akibatnya dapat menyebabkan kehilangan pelanggan. Manajer sumber daya harus mengatur jumlah barang yang diproduksi dalam tingkat yang menyeimbangkan risiko permintaan dan risiko kekurangan.

Model Generalized Economic Order Quantity (GEOQ) adalah model yang mengasumsikan tingkat permintaan bervariasi berdasarkan waktu sedangkan model Economic Order Quantity (EOQ) mengasumsikan tingkat permintaan yang konstan. Dalam model EOQ memenuhi beberapa asumsi-asumsi, diantaranya adalah permintaan konstan dan dimungkinkan adanya kekurangan. Model EOQ dengan adanya kekurangan berakibat terjadinya backorder. Backorder merupakan suatu kondisi dimana saat terjadi kekurangan, perusahaan atau organisasi akan menawarkan kepada pelanggan untuk melakukan pemesanan kembali. Ada banyak situasi dimana penerapan model EOQ akan menghasilkan solusi optimal dengan baik.

Dalam proses pengelolaan produk, inventori dapat mengalami kerusakan atau penurunan kualitas dari waktu ke waktu. Jika dalam inventori terdapat produk yang rusak, maka tingkat inventori akan menurun secara bertahap. Akibatnya, saat menentukan kebijakan produksi inventori optimal, kerugian akibat kerusakan tidak dapat diabaikan [1],[9].

Dalam artikel ini akan diselesaikan inventori dengan model persediaan pada multi-item yang mengalami peningkatan atau penurunan, walaupun dalam dunia real sangat sulit menemukan hal ini terjadi sekaligus. Dalam banyak makalah banyak muncul masalah model yang dimulai bentuk model dua-item, yang dilanjutkan dengan multi-item [11],[13]. Model akan diselesaikan dengan kontrol optimal dengan menggunakan prinsip Pontryagin [10],[14],[15],[16]. Sehingga akan didapatkan cara bagaimana menentukan menentukan biaya produksi yang optimal dari tingkat persediaan yang optimal pada inventori multi-item[11],[13].

2. Tinjauan Pustaka

Pada bagian ini memuat tentang beberapa pustaka yang digunakan dalam pembahasan.

2.1 Inventori

Banyak perusahaan manufaktur yang menggunakan sistem inventori produksi yang dilakukan untuk mengatur perubahan

permintaan konsumen pada produk barang jadi. Sehingga permintaan konsumen dan pelanggan dapat terpenuhi, bentuk inventori yang digunakan multi-item yang juga mengalami kemerosotan. Kemerosotan dalam inventori produksi dapat terjadi disebabkan adanya pembusukan atau kerusakan pada barang inventori produksi untuk jangka waktu tertentu. Biasanya inventori produksi yang sering mengalami kemerosotan ini adalah produksi makanan atau minuman. Karena makanan atau minuman yang terlalu lama berada dalam pergudangan maka efeknya adalah bisa mengalami pembusukan atau kerusakan, hal inilah yang dinamakan mengalami kemerosotan. Sehingga perusahaan harus mengeluarkan biaya kemerosotan inventori [1],[6], [15].

2.2 Teori Kendali optimal

Masalah Kendali Optimal untuk sistem dengan target set S , performance functional $J(x_0, t_0, u)$, himpunan admissible kontrol U , dan state awal X_0 pada waktu t_0 adalah menentukan kendali $u \in U$ yang memaksimalkan performance functional $J(u)$.

Sebarang kendali u^* yang memberikan solusi terhadap masalah kendali optimal disebut dengan kendali optimal.

Pada kasus kendali optimal dengan state akhir dan waktu akhir diketahui, target set S berbentuk $S = \{x_1\} \times \{t_1\}$ yaitu berupa titik (x_1, t_1) dengan x_1 elemen tertentu di R^n dan t_1 elemen tertentu di (T_1, T_2) [1],[4], [16].

3. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan cara mengumpulkan referensi pendukung baik dari buku maupun jurnal yang berkaitan dengan teori inventori dan inventori *multi-items*, turunan, persamaan diferensial biasa, serta himpunan dan fungsi konveks serta melibatkan aplikasi teori kendali. Referensi tersebut dijadikan acuan dan dijabarkan sehingga diperoleh nilai optimal tingkat inventori, rata-rata produksi optimal tingkat inventori dan rata-rata produksi optimal.

Adapun prosedur-prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

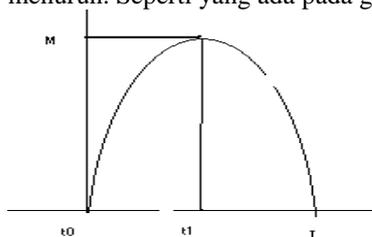
1. Mengumpulkan dan mengkaji bahan yang berkaitan dengan inventori *multi-items*, turunan, persamaan diferensial biasa, serta himpunan dan fungsi

- konveks serta melibatkan aplikasi teori kendali.
2. Menjelaskan terbentuknya model inventori yang mengalami kerusakan dan kekurangan dengan menggunakan asumsi-asumsi dari model EOQ.
 3. Menentukan solusi dari persamaan model inventori yang mengalami kerusakan dan kekurangan dengan diberikan nilai awal dan menggunakan persamaan diferensial linier.
 4. Menentukan sehingga diperoleh nilai optimal tingkat inventori, rata-rata produksi optimal tingkat inventori dan rata-rata produksi optimal.
 5. Membuat kesimpulan penelitian.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Pembentukan Model

Model ini didasarkan pada sistem dimana ditinjau Inventori produk barang pada saat terjadi peningkatan dan penurunan inventori. Inventori adalah suatu barang, produk, atau sumber daya yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang oleh sebuah perusahaan atau organisasi. Setiap perusahaan atau organisasi mempunyai cara-cara yang berbeda dalam menangani perencanaan inventori dan sistem inventori. Sistem inventori adalah kebijakan dan pengendalian yang mengontrol tingkat inventori (Affandi, 2015). Peningkatan inventori disebabkan karena adanya inventori awal kemudian terjadinya penambahan inventori sedangkan permintaan terhadap inventori masih belum ada kemudian seiring dengan adanya permintaan maka dengan sendirinya inventori akan mengalami penurunan. Sedangkan diketahui panjang perencanaannya adalah T. Diasumsikan bahwa fase pertama dikatakan dari 0 hingga t_1 tingkat inventornya meningkat, kemudian fase kedua yaitu dari t_1 hingga T, tingkat inventornya menurun. Seperti yang ada pada gambar 1.



Gambar 1. Fase perubahan Inventori

Keterangan :

- $I(t)$ = tingkat fungsi Inventori
- $P(t)$ = nilai produksi rata-rata fungsi
- $D(t)$ = nilai fungsi permintaan
- I_0 = tingkat nilai awal inventori
- $m(t)$ = Rata-rata fungsi kenaikan
- $\theta(t)$ = Rata-rata fungsi kemerosotan

Perlu dicatat bahwa waktu t_1 tidak diketahui dan dibutuhkan cara untuk menentukan nilainya. Sedangkan nilai M yang merupakan tingkat inventori pada waktu t_1 diasumsikan nilainya diketahui. Berikut ini notasi yang digunakan untuk menggambarkan sistem dinamik dari inventori yang ada.

Juga kita misalkan $v_i(t) = m_i(t) - \theta_i(t)$ karena $m_i(t)$ dan $\theta_i(t)$ fungsi yang sudah diketahui berarti tingkat inventori berkembang dari waktu ke waktu berdasarkan persamaan statenya. Fungsi $m_i(t)$ yaitu rata-rata fungsi kenaikan dimana karena adanya tingkat produksi maka Inventori akan bertambah, namun pada batas tertentu kemudian inventori akan ada permintaan sehingga inventornya akan berkurang.

Kemudian $\theta_i(t)$ adalah rata-rata fungsi kemerosotan yang berarti berkurangnya inventori karena adanya demand atau permintaan

$$\dot{I}_i = \begin{cases} P_i(t) + V_i(t) + I_i(t) & t \in [0, t_1] \\ P_i(t) - D_i(t) + v_i(t)I_i(t) & t \in [t_1, T] \end{cases} \quad (4.1)$$

dengan nilai $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Untuk menjamin tingkat inventori bertambah dari waktu 0 hingga t_1 dan menurun dari t_1 hingga T maka akan lebih lanjut dikenalkan

$$P_i(t) + V_i(t) + I_i(t) > 0 \quad t \in [0, t_1] \quad (4.2)$$

$$P_i(t) - D_i(t) + v_i(t)I_i(t) > 0 \quad t \in [t_1, T] \quad (4.3)$$

Untuk membangun harga fungsi objektif, akan diasumsikan bahwa tingkat inventori tujuan dan rata-rata produksi tujuan berupa himpunan dan akhirnya menandatangani selisih dari tujuan. Untuk dapat menuliskan fungsi tujuan secara eksplisit kita kenalkan beberapa notasi tambahan berikut ini :

- \hat{P} = tingkat produksi tujuan
- \hat{I} = tingkat inventori tujuan
- h = koefisien biaya penyimpanan
- k = koefisien biaya produksi
- λ = konstanta nonnegative biaya diskon

Untuk memberikan kenaikan hasil indeks maka akan kita minimumkan :

$$\min_{p \geq 0} \left\{ J_i = \int_0^T \left(\frac{h_i}{2} (I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2} (P_i - \hat{P}_i)^2 \right) dt \right\} \quad (4.4)$$

Persamaan 4.1-4.3 merupakan batasan non negatif,

$$P_i(t) \geq 0 \quad t \in [0, T] \quad (4.5)$$

4.2 Solusi Model

Solusi model yang akan ditentukan dengan melibatkan konstrain dari pertidaksamaan melibatkan kedua kontrol dan variable state. The maximum principle untuk masalah dengan pencampuran konstrain harus melibatkan fungsi yang kontinu dan kontinu sepotong-sepotong serta λ differensiabel, fungsi μ juga fungsi kontinu dan kontinu sepotong-sepotong.

Untuk mendefinisikan fungsi Hamiltonian

$$H = -\left(\frac{h_i}{2}(I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2}(P_i - \hat{P}_i)^2\right) + \lambda g \quad (4.6)$$

dengan

$$g_i = \begin{cases} P_i + V_i I_i & t \in [0, t_1] \\ D_i - P_i - V_i I_i & t \in [t_1, T] \end{cases} \quad (4.7)$$

Dan fungsi Lagrangennya adalah

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{h_i}{2} (I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2} (P_i - \hat{P}_i)^2 \right] + \begin{cases} (\lambda + \mu) g_i, & t \in [0, t_1] \\ (\lambda - \mu) g_i, & t \in [t_1, T] \end{cases}$$

Syarat perlu untuk kondisi optimal diberikan dengan

$$H_p = 0 \quad (4.8)$$

$$L_t = -\dot{\lambda} \quad (4.9)$$

$$L_p = 0 \quad (4.10)$$

$$\mu \geq 0, \mu g_i \geq 0 \quad (4.11)$$

Kondisi ini bergantung pada dua differensial dengan bergantung pada keadaan $t \in [0, t_1]$ atau $t \in [t_1, T]$. Sehingga mari ditinjau satu persatu dari dua kasus tersebut.

Kasus 1 keadaan $t \in [0, t_1]$

Berarti dari kasus pada kondisi 4.3 akan diperoleh

$$H = -\left(\frac{h_i}{2}(I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2}(P_i - \hat{P}_i)^2\right) + \lambda(P_i + V_i I_i) \quad t \in [0, t_1]$$

$H_p = 0$ akan diperoleh

$$P_i = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i \quad (4.12)$$

Kondisi (4.9) Ekuivalen dengan

$$L_t = -\dot{\lambda} \quad \text{Berarti}$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[\frac{h_i}{2} (I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2} (P_i - \hat{P}_i)^2 \right] + (\lambda + \mu) (P_i + V_i I_i), \quad t \in [0, t_1]$$

Maka

$$\dot{\lambda} = h_i(I_i - \hat{I}_i) - V_i(\lambda + \mu) \quad (4.13)$$

Kondisi (4.9) adalah ekuivalen dengan

$$L_p = 0$$

$$\text{maka } (\lambda + \mu) = k(P_i - \hat{P}_i) \quad (4.14)$$

Kondisi (4.6) dengan (4.3) diimplikasikan $\mu = 0$. Karena itu (4.7) dan (4.1) ketika $t \in [0, t_1]$ menghasilkan

$$\mu \geq 0, \mu g \geq 0$$

Dari bentuk (4.1) ketika $t \in [0, t_1]$

$$\dot{I} = P_i + V_i + I_i \quad t \in [0, t_1]$$

dari persamaan (4.12) $P_i = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i$

Sehingga akan diperoleh

$$\dot{I} = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i + V_i I_i \quad (4.15)$$

Dengan mengkombinasikan $\dot{I} = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i + V_i I_i$ (4.15) dan $\dot{\lambda} = h_i(I_i - \hat{I}_i) - V_i(\lambda + \mu)$ (4.13) maka akan diperoleh persamaan dengan menurunkan (4.15) menjadi

$\dot{I} = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i + V_i I_i$ sehingga substitusi nilai - nilai persamaan $\dot{\lambda} = h_i(I_i - \hat{I}_i) - V_i(\lambda + \mu)$ dan $\dot{I} = \frac{\lambda}{k} + \hat{P}_i + V_i I_i$ diperoleh

$$\ddot{I}_i = \frac{h_i}{k} (I_i - \hat{I}_i) - V(P_i - \hat{P}_i) + \hat{P}_i + \dot{V}_i I_i +$$

$$V_i \frac{\lambda}{k} + V_i \hat{P}_i + V_i^2 I_i \quad \text{Sehngga nilai dari}$$

$$\ddot{I}_i - \left(\frac{h_i}{k} + V_i^2 + \dot{V}_i\right) I_i = \alpha_{i1}(t), \quad t \in [0, t_1] \quad (4.17)$$

Dengan $\alpha_{i1}(t) = -\frac{h_i}{k} \hat{I}_i + V_i \hat{P}_i + \hat{P}_i$

Maka dengan cara yang sama ditentukan untuk

Kasus 2 keadaan $t \in [t_1, T]$

Berarti dari kasus pada kondisi 4.3 akan diperoleh

$$H = -\left(\frac{h_i}{2}(I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2}(P_i - \hat{P}_i)^2\right) + \lambda_i(D_i - P_i - V_i I_i) \quad t \in [t_1, T] \quad H_p = 0$$

akan diperoleh $-k_i(P_i - \hat{P}_i) - \lambda_i = 0$

$$\text{sehingga} \quad P_i = -\frac{\lambda_i}{k_i} + \hat{P}_i \quad (4.18)$$

Kondisi (4.4) Ekuivalen dengan

$$L_t = -\dot{\lambda}$$

Jika

$$L = -\left[\frac{h_i}{2} (I_i - \hat{I}_i)^2 + \frac{k_i}{2} (P_i - \hat{P}_i)^2 \right] + (\lambda - \mu)(D - P - V I) \quad t \in [t_1, T]$$

Maka

$$\dot{\lambda} = h(I_i - \hat{I}_i) + V_i(\lambda - \mu) \quad (4.19)$$

Kondisi (4.5) adalah ekuivalen dengan

$$L_p = 0 \text{ berarti}$$

$$-k_i(P_i - \hat{P}_i) - (\lambda - \mu) = 0$$

$$\text{maka } (\lambda - \mu) = -k_i(P_i - \hat{P}_i) \quad (4.20)$$

Kondisi (4.6) dengan (4.3) diimplikasikan $\mu = 0$. Karena itu (4.18) dan (4.1) ketika $t \in [t_1, T]$

menghasilkan

$$\mu \geq 0, \mu g \geq 0$$

Dari bentuk (4.1) ketika $t \in [t_1, T]$

Sehingga akan diperoleh

$$\dot{I}_i = -\frac{\lambda_i}{k_i} + \hat{P}_i - D_i + V_i I_i \quad (4.21)$$

Maka dengan mengkombinasikan (4.19) dan (4.21) maka akan diperoleh :

Substitusikan $\dot{\lambda}_i = h_i(I_i - \hat{I}_i) + V_i(\lambda - \mu)$ (3.14) ke (3.16). Namun terlebih dahulu menurunkan (4.21) akan diperoleh turunannya adalah sebagai berikut

$$\ddot{I}_i = -\frac{\lambda_i}{k_i} + \hat{P}_i - \dot{D}_i + \dot{V}_i I_i + V_i \dot{I}_i \quad (4.22)$$

dengan mensubsitusikan (4.18) dan (4.19) diperoleh $(\lambda - \mu) = -k(P - \hat{P})$ gunakan (4.21) maka akan diperoleh :

$$\ddot{I}_i - \dot{I}_i \left(\frac{h_i}{k} + V_i^2 + V_i \right) = \alpha_{i_2}(t)$$

Dimana $\alpha_{i_2}(t) = \frac{h_i}{k} \hat{I}_i + V_i(\hat{P}_i - D_i) + \hat{P}_i - \dot{D}_i$ (4.23)

Dengan nilai $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Untuk menentukan nilai optimal tingkat inventori, rata-rata produksi optimal tingkat inventori dan rata-rata produksi optimal, harus memperoleh solusi dari (4.17) dan (4.23). Solusi tergantung dari fungsi m dan θ , yang ikut menentukan nilai v . Dalam sebgayaan besar kasus, akan sangat mungkin menentukan solusi persamaan differensial dari (4.17) dan (4.23). dalam bentuk solusi eksplisit dengan cara numerik.

Ketika fungsi V adalah dalam bentuk konstanta maka persamaan differensial dari (4.17) dan (4.23) akan diperoleh menjadi

$$\ddot{I}_i - \left(\frac{h_i}{k} + V_i^2 + \dot{V}_i \right) I_i = \alpha_{i_1}(t) \quad t \in [0, t_1] \quad (4.24)$$

$$\ddot{I}_i - \dot{I}_i \left(\frac{h_i}{k} + V_i^2 + V_i \right) = \alpha_{i_2}(t) \quad t \in [t_1, T] \quad (4.25)$$

Diperoleh solusi

$$I_i(t) = \begin{cases} C_{1i}e^{rt} + C_{1i}e^{-rt} + Q_{i_1}(t) & t \in [0, t_1] \\ C_{i1}e^{rt} + C_{i2}e^{-rt} + Q_{i_2}(t) & t \in [t_1, T] \end{cases}$$

5. Kesimpulan

Model Inventori pada saat terjadi penurunan inventori biasanya disebabkan karena adanya inventori awal kemudian terjadinya penambahan inventori sedangkan permintaan terhadap inventori masih sedikit. Seiring dengan adanya permintaan maka inventornya mengalami penurunan jumlah yang diiringi dengan adanya kemerosotan. Biasanya Inventori yang terjadi cenderung dalam bentuk multi items.

Bagi peneliti selanjutnya, disarankan agar dapat mengembangkan Jenis permintaan yang berbentuk lebih kompleks yang dapat diarahkan kedalam bentuk stokastik.

Daftar Pustaka

[1]. Affandi, P., Salmah, 2014, Perluasan Model Kendali Optimal Sistem Pergudangan Dengan Produksi Yang Mengalami Kemerosotan. *Proseding UAD*, Yogyakarta.

[2]. Affandi, P., 2015, Optimal Inventory Control System With Stochastic Demand. *Ethar , Indonesia*. 2016(3), 302 – 313.

[3]. Affandi, P., 2015, Optimal Inventory Control Stochastic With Production

Deteriorating. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 300 (2018) 012019 doi:10.1088/1757-899X/300/1/012019.

[4]. Affandi, P., 2016, Kendali Optimal Pada Masalah Inventori Yang Mengalami Peningkatan. *Jurnal Fisika FLUX*, Volume 12, 70-76.

[5]. Affandi, P., 2015, Application Optimal Control Theory for Inventory Production System. *Proceedings of International Conference on NAMES 2015*.

[6]. Affandi, P., 2015, Kendali Optimal Dari Sistem Inventori Dengan Peningkatan Dan Penurunan Barang. *Jurnal MIPA Unnes*, Vol 38, No 1, 79-88.

[7]. Affandi, P., 2016, Perluasan Model Kendali Optimal pada Masalah Inventori yang Mengalami Penurunan Mutu. *Proseding Seminar Nasional Matematika Udayana*, ISSN 2406-9868.

[8]. Lotfi Tadj, A.M Sarhan, Awad El-Gohary Optimal control of an inventory system with ameliorating and deteriorating items. *Applied Sciences* 243-255.

[9]. Lotfi Tadj, M Bounkhel, Y Benhadid Optimal control of a production inventory system with deteriorating items. *International journal of systems science* 1111-1121.

[10]. Ross, S.L. 1984. *Differential Equations. 3 Editions John Wiley & Sons*. New York.

[11]. El-Gohary and A. Elsayed Optimal Control of a Multi-Item Inventory Model. *International Mathematical Forum*, 2008, No. 27, 1295 - 1312.

[12]. Hesham K. Alfares 2015. Integrating quality and maintenance decisions in a production-inventory model for deteriorating items, Vol. 43, No. 5, 899–911.

[13]. Lenard, J. D. and Roy, B. (1995), Multi-item inventory control: A multicriteria view, *European Journal of Operational Research* 87, pp. 685-692.

[14]. Olsder, G.J., *Mathematical Systems Theory*, 1994, 1'st Edition, Delft University of Technology.

[15]. Ogata, K, *Modern Control Engineering*, 2nd ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, Inc, 1990.

[16]. Nador, E.(1996), *Inventory systems*, John Wiley & Sons Inc., New York.