

MODEL MATEMATIKA HUBUNGAN CINTA ROMANTIS (ROMEO-JULIET)

by Yuni Yulida

Submission date: 03-Jun-2020 12:17PM (UTC+0700)

Submission ID: 1336910278

File name: 3_2_-_MODEL_MATEMATIKA_HUBUNGAN_CINTA_ROMANTIS.pdf (513.1K)

Word count: 3217

Character count: 16389

MODEL MATEMATIKA HUBUNGAN CINTA ROMANTIS (ROMEO-JULIET)

Septa Nadya Putri¹, Yuni Yulida², Muhammad Ahsar Karim³

Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Jl. A. Yani KM. 36, Banjarbaru 70714, Kalimantan Selatan
septanadyaputri@gmail.com

Abstrak

Cinta memiliki makna berbeda untuk setiap orang yang merasakannya. Beragamnya tentang cinta yang dialami setiap orang memberikan pengertian yang berbeda-beda. Strogatz (1994) memodelkan pengalaman cinta ini secara matematika dengan asumsi sederhana. Beberapa peneliti mengembangkan model matematika cinta. Ghosh (2011) membahas model cinta Romeo-Juliet dengan adanya usaha dari Romeo untuk meningkatkan cinta Juliet. Model cinta ini diasumsikan terdiri dari tiga kompartemen keadaan yaitu R, J dan E , dengan R menyatakan besarnya cinta Romeo, J menyatakan besarnya cinta Juliet dan E menyatakan besarnya usaha Romeo agar Juliet mencintainya. Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model matematika cinta hubungan yang romantis, menentukan titik kesetimbangan, analisis titik kestabilan dan menganalisa tanda-tanda bifurkasi Hopf sederhana. Analisa kestabilan lokal menggunakan nilai eigen dari matriks Jacobian dengan Kriteria Routh-Hurwitz serta kestabilan global menggunakan solusi penyelesaian dengan sifat matriks definit negatif. Dari Model diperoleh empat titik kesetimbangan yaitu (R, J_1, E_1) , (R, J_1, E_2) , (R, J_2, E_3) dan (R, J_2, E_4) dan ke empat titik ekuilibrium tersebut secara umum stabil lokal. Sedangkan secara global keempat titik tersebut stabil asimtotik global dan telah diselidiki tanda terjadinya bifurkasi yang memenuhi teorema dan syarat kriteria bifurkasi Hopf sederhana. Terakhir disajikan simulasi model untuk menjelaskan perilaku model.

Kata Kunci: cinta, pemodelan matematika, kestabilan lokal, kestabilan global, Bifurkasi Hopf sederhana

1. Pendahuluan

Cinta memiliki makna dan persepsi yang berbeda untuk setiap orang yang merasakannya. Pembahasan mengenai pemodelan matematika cinta pertama kali dikemukakan oleh Strogatz (1994). Rinaldi (1988) mengembangkan model ini dengan memperhatikan daya tarik pasangan, menjelaskan mengapa dua orang yang awalnya tidak saling kenal dapat menjalin hubungan cinta. Ghosh K (2011) juga mengangkat cerita drama legendaris Romeo-Juliet. Model ini dikembangkan menjadi hubungan cinta romantis dengan memperhatikan usaha Romeo agar cinta Juliet tidak menjadi kontraproduktif.

Hal yang menarik adalah penelitian dari Ghosh (2011) tentang model cinta Romeo-Juliet dengan adanya usaha dari Romeo. Berdasarkan uraian tersebut, penulis mengkaji ulang tentang model matematika

cinta ini dengan menambahkan simulasi parameter juga dilakukan agar terlihat adanya tanda bifurkasi yang terjadi.

2. Tinjauan Pustaka

Definisi 2.1

Titik $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ disebut titik keseimbangan dari persamaan $\hat{x} = f(x)$ jika $f(\hat{x}) = 0$.

Definisi 2.2

Diberikan persamaan:

$$f(\lambda) = \rho_0 \lambda^3 + \rho_1 \lambda^2 + \rho_2 \lambda + \rho_3 \quad (2.1)$$

Dengan $\rho_0 > 0$. Selanjutnya didefinisikan matriks Routh-Hurwitz untuk persamaan (2.10) sebagai matriks bujur sangkar berukuran 3×3 sebagai berikut:

$$RH = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_3 & 0 \\ \rho_0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}$$

Determinan Routh-Hurwitz tingkat ke-3, dinotasikan dengan $D_j; j = 1, 2, 3$, yang dibentuk dari matriks Routh-Hurwitz (2.2), didefinisikan sebagai berikut:

$$D_1 = |\rho_1|$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_3 \\ \rho_0 & \rho_2 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_3 & 0 \\ \rho_0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}$$

akar-akar dari Persamaan (2.1) memiliki bagian riil negatif, jika dan hanya jika determinan dari semua Matriks (2.2) adalah positif, yaitu $D_j > 0$, untuk $j = 1, 2, 3$.

Teorema 2.1

Jika λ_i merupakan nilai eigen dari matriks Jacobian $n \times n$ di titik kesetimbangan dan $Re(\lambda_i)$ merupakan bagian riil dari λ_i maka:

1. Untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, n, Re(\lambda_i) < 0$ maka \hat{x} stabil asimtotik
2. Jika terdapat $Re(\lambda_i) > 0$ untuk suatu i maka \hat{x} tidak stabil.

Definisi 2.3

Diberikan sistem persamaan diferensial dengan $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (2.3)$$

Misalkan dengan $Jac(x) = \frac{\partial f}{\partial x}$ merupakan matrik Jacobian dari f dan

$H(x) = \frac{Jac+Jac^T}{2}$ merupakan bagian simetris dari $Jac(x)$.

Jika $f(0) = 0$ dan $H(x)$ adalah definit negatif (untuk $x \neq 0$). Maka $x = 0$ adalah solusi yang stabil asimtotik global untuk (2.3).

Teorema 2.2

Diberikan sistem

$$\dot{x} = f_\mu(x) \quad x \in \mathbb{R}^n, \mu \in \mathbb{R}^1 \quad (2.4)$$

dengan titik kesetimbangan (x_0, μ_0) , bifurkasi sederhana terjadi jika memenuhi kondisi:

- (1) Matriks Jacobian $J(\mu_0) = D_x f_{\mu_0}(x_0)$ mempunyai nilai eigen imajiner murni atau nilai eigen lainnya mempunyai bagian riil yang negatif.
- (2) $\frac{\partial(Re(\lambda(\mu_0)))}{\partial \mu} \neq 0$

Polinomial persamaan karakteristik dari matriks Jacobian

$$\rho(\lambda; \mu) = \det(\lambda I_n - J(\mu)) \\ = \rho_0(\mu) + \rho_1(\mu)\lambda + \dots + \rho_n(\mu)\lambda^n \quad (2.5)$$

Dengan subdeterminan dari $L_n(\mu)$ sebagai berikut:

$$D_1(\mu) = \det(L_1(\mu)) = \rho_1(\mu) > 0$$

$$D_2(\mu) = \det(L_2(\mu)) = \begin{vmatrix} \rho_1(\mu) & \rho_0(\mu) \\ \rho_3(\mu) & \rho_2(\mu) \end{vmatrix} > 0$$

$$\vdots \\ D_n(\mu) = \det(L_n(\mu)) > 0$$

Diasumsikan terdapat kurva mulus dari titik kesetimbangan $(x(\mu), \mu)$ dengan $x(\mu_0) = x_0$ untuk Persamaan (2.4). Kondisi (1) dan (2) setara dengan kondisi pada koefisien dari polinomial karakteristik Persamaan (2.5) sebagai berikut:

1. $\rho_0(\mu_0) > 0, D_1(\mu_0) > 0, \dots, D_{n-2}(\mu_0) > 0, D_{n-1}(\mu_0) = 0$
2. $\frac{dD_{n-1}(\mu_0)}{d\mu} \neq 0$

Model Matematika Cinta Strogatz

Strogatz (1994) membahas model matematika cinta Romeo dan Juliet. Sistem persamaannya dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ \quad (2.6)$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR + dJ \quad (2.7)$$

30 Metode

Prosedur pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan terbentuknya model matematika cinta hubungan yang romantis dengan asumsi-asumsi yang ada.
2. Menentukan titik kesetimbangan dari model matematika cinta hubungan yang romantis dengan melakukan substitusi persamaan sehingga didapatkan titik kesetimbangan.
3. Menganalisa kestabilan model secara umum di titik kesetimbangan dengan linierisasi sistem menggunakan matriks Jacobian.
4. Menentukan kestabilan lokal secara umum menggunakan matriks Jacobian dengan Kriteria Routh-Hurwitz dan berdasarkan teorema kestabilan.
5. Menentukan kestabilan global secara umum menggunakan solusi penyelesaian dengan matriks yang definit negatif.

6. Menganalisa tanda-tanda terjadinya bifurkasi Hopf Sederhana.
7. Melakukan simulasi dengan memasukkan nilai parameter berdasarkan syarat yang telah didapatkan agar terlihat adanya tanda bifurkasi Hopf sederhana yang terjadi ²⁹
8. Membuat kesimpulan penelitian dari hasil penelitian yang telah didapatkan.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Model Matematika Hubungan Cinta Romantis (Romeo dan Juliet)

Besarnya hubungan cinta yang romantis antara Romeo dan Juliet dipengaruhi karena adanya sikap egois, daya tarik serta usaha yang dilakukan untuk hubungan mereka. Model matematika hubungan cinta romantis ini diasumsikan terdiri dari tiga kompartemen keadaan yaitu:

1. R (Romeo) yang dinotasikan dengan $R(t)$ yaitu besarnya cinta Romeo kepada Juliet pada waktu t .
 2. J (Juliet) yang dinotasikan dengan $J(t)$ yaitu besarnya cinta Juliet kepada Romeo pada waktu t .
 3. E (*Effort*) yang dinotasikan dengan $E(t)$ yaitu besarnya usaha Romeo agar Juliet hanya mencintainya pada waktu t .
- Pembentukan model matematika cinta hubungan romantis antara Romeo-Juliet dibuat berdasarkan asumsi-asumsi berikut:
1. Romeo merupakan laki-laki yang percaya diri dengan gaya romantis serta daya tarik yang dimilikinya.
 2. Juliet merupakan wanita yang juga percaya diri dengan gaya romantis serta daya tarik yang dimilikinya.
 3. Daya tarik yang dimiliki oleh Romeo dan Juliet akan menjadi daya tolak jika bertanda negatif.
 4. Interaksi antara Romeo dan Juliet dapat berakibat menambah ataupun mengurangi rasa cinta diantara keduanya.
 5. Romeo dan Juliet saling memberikan perlakuan romantis kepada satu sama lain.
 6. Perasaan Romeo dan Juliet bisa menjadi kontraproduktif serta agresif.
 7. Usaha Romeo akan mendapat respon positif jika dalam batas kewajaran tetapi

menjadi negatif jika terlalu berlebihan dan membuat Juliet tidak nyaman.

8. Usaha dilakukan Romeo saat Juliet sedang *ngambek* atau merasa tidak nyaman.
9. Saat Romeo melakukan usaha agar cintanya semakin besar, Juliet akan semakin percaya diri dan bersifat egois.

²⁸

Notasi yang digunakan dalam pembahasan ini adalah sebagai berikut:

- $R(t)$ = Besarnya cinta Romeo kepada Juliet pada waktu t
 $J(t)$ = Besarnya cinta Juliet kepada Romeo pada waktu t
 $E(t)$ = Besarnya usaha Romeo agar Juliet hanya mencintainya pada waktu t
 a = Gaya romantis Romeo (perasaan Romeo didorong oleh perasaannya sendiri)
 b = Gaya romantis Romeo (perasaan Romeo didorong oleh perasaan Juliet)
 c = Gaya romantis Juliet (perasaan Juliet didorong oleh perasaan Romeo)
 d = Gaya romantis Juliet (perasaan Juliet didorong oleh perasaannya sendiri)
 f = Besarnya emosi Romeo atas usahanya
 g = Besarnya emosi Juliet atas usaha Romeo
 p = Daya tarik/tolakan Romeo
 q = Daya tarik/tolakan Juliet
 n = Respon positif Juliet
 m = Respon positif Romeo
 r = Usaha Romeo tanpa adanya perasaan lain
 u = Respon Juliet terhadap usaha Romeo

¹⁸
 $a, b, c, d, f, g, m, n, u, p, r$ dan q

merupakan parameter yang bersifat konstan.

1. Rasa cinta Romeo

Perubahan rasa cinta Romeo terhadap waktu dipengaruhi oleh perasaannya sendiri, yaitu sebesar a serta daya tarik yang dimiliki oleh Romeo sebesar p . Perubahan dipengaruhi gaya romantis Romeo yang didorong oleh adanya perasaan Juliet, saat perasaan Juliet menunjukkan adanya respon positif kepada Romeo, yaitu sebesar bnf . Gaya romantis Romeo yang didorong oleh perasaan Juliet tersebut bisa menjadi sangat

berlebihan sebesar J^2 yang mengakibatkan munculnya rasa tidak nyaman dan terjadi pengurangan rasa cinta pada hubungan mereka sebesar bJ^2 .

Berdasarkan penjelasan diatas maka dapat dibentuk persamaan dari perubahan besarnya rasa cinta Romeo sebagai berikut :

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ(n - J) + p \quad (4.1)$$

2. Rasa cinta Juliet

Perubahan rasa cinta Juliet terhadap waktu akan dipengaruhi oleh perasaannya sendiri, yaitu sebesar c serta daya tarik yang dimiliki oleh Juliet sebesar q . Perubahan dipengaruhi gaya romantis Juliet yang didorong oleh adanya perasaan Romeo, saat perasaan Romeo menunjukkan adanya respon positif kepada Juliet, yaitu sebesar cmR . Gaya romantis Juliet yang didorong oleh perasaan Romeo tersebut bisa menjadi sangat berlebihan sebesar R^2 yang mengakibatkan munculnya rasa tidak nyaman dan terjadi pengurangan rasa cinta pada hubungan mereka sebesar cR^2 .

Perubahan juga dipengaruhi gaya romantis Juliet karena ada respon positifnya atas usaha Romeo, yaitu sebesar cuE . Gaya romantis Juliet yang didorong oleh perasaan Romeo tersebut bisa mengakibatkan adanya pengurangan rasa cinta sebesar cE^2 karena adanya usaha yang berlebihan sebesar E^2 .

Berdasarkan penjelasan diatas maka dapat dibentuk persamaan dari perubahan besarnya rasa cinta Juliet sebagai berikut :

$$\frac{dJ}{dt} = cR(m - R) + dJ + cE(u - E) + q \quad (4.2)$$

3. Usaha cinta Romeo

Perubahan besarnya usaha terhadap waktu dipengaruhi oleh emosi Romeo atas usaha yang telah dia lakukan, yaitu sebesar f dan perasaan Romeo yang murni sebesar r . Emosi Juliet terhadap usaha Romeo dan mendapatkan respon positif Juliet sebesar n akan menambah rasa cinta pada hubungan

mereka sebesar gnJ . Emosi Juliet tersebut juga bisa berakibat mengurangi rasa cinta mereka jika usaha yang dilakukan Romeo terlalu berlebihan, yaitu sebesar gj^2 .

Berdasarkan penjelasan diatas maka dapat dibentuk persamaan dari perubahan besarnya usaha rasa cinta Romeo-Juliet sebagai berikut :

$$\frac{dE}{dt} = fR + gJ(n - J) + r \quad (4.3)$$

Berdasarkan cerita hubungan cinta yang nantis antara Romeo dan Juliet yang ada pada Persamaan (4.1), (4.2) dan (4.3) dapat ditulis model yang terbentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= aR + bJ(n - J) + p \\ \frac{dJ}{dt} &= cR(m - R) + dJ + cE(u - E) + q \\ \frac{dE}{dt} &= fR + gJ(n - J) + r \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.1 Analisis Kestabilan Lokal Model Matematika Hubungan Romantis (Romeo-Juliet)

4.2.1 Titik Keseimbangan Model Matematika Hubungan Cinta Romantis (Romeo-Juliet)

Titik keseimbangan dari Persamaan (4.4) dapat ditentukan dengan memenuhi persamaan $\frac{dR}{dt} = 0$, $\frac{dJ}{dt} = 0$ dan $\frac{dE}{dt} = 0$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} aR + bJ(n - J) + p &= 0 \\ cR(m - R) + dJ + cE(u - E) + q &= 0 \\ fR + gJ(n - J) + r &= 0 \end{aligned}$$

Jadi diperoleh empat titik keseimbangan yaitu:

$$(R, J_1, E_1) = \left(\frac{br - gp}{ag - bf}, \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{(ar - fp)}{(ag - bf)}}, \right.$$

$$\left. \frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2}{4} - \frac{\left(c \frac{(br - gp)}{(ag - bf)} \right) \left(m - \frac{br - gp}{ag - bf} \right) + d \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{(ar - fp)}{(ag - bf)} \right) + q}{c}} \right)$$

$$(R, J_1, E_2) = \left(\frac{br-gp}{ag-bf}, \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}, \frac{u}{2} - \sqrt{\frac{u^2}{4} - \frac{\left(c\left(\frac{br-gp}{ag-bf}\right)\left(m - \frac{br-gp}{ag-bf}\right) + d\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}\right) + q\right)}{c}} \right)$$

$$(R, J_2, E_3) = \left(\frac{br-gp}{ag-bf}, \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}, \frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2}{4} - \frac{\left(c\left(\frac{br-gp}{ag-bf}\right)\left(m - \frac{br-gp}{ag-bf}\right) + d\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}\right) + q\right)}{c}} \right)$$

$$(R, J_2, E_4) = \left(\frac{br-gp}{ag-bf}, \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}, \frac{u}{2} - \sqrt{\frac{u^2}{4} - \frac{\left(c\left(\frac{br-gp}{ag-bf}\right)\left(m - \frac{br-gp}{ag-bf}\right) + d\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{ar-fp}{ag-bf}\right)}\right) + q\right)}{c}} \right)$$

Untuk menentukan kestabilan pada titik kesetimbangan tersebut dilakukan dengan analisa secara umum.

4.2.2 Kestabilan Model Matematika Hubungan Cinta Romantis (Romeo-Juliet)

Pada hasil sebelumnya telah diperoleh empat titik kesetimbangan yang akan dilakukan analisa secara umum. Empat titik tersebut disimbolkan dengan (R_e, J_e, E_e) . Untuk menganalisa kestabilan model di titik kesetimbangan dilakukan linearisasi sistem dengan menggunakan matriks Jacobian.

Matriks Jacobian dari Persamaan (4.4) diperoleh sebagai berikut:

$$Jac = \begin{bmatrix} a & bn - 2bj_e & 0 \\ cm - 2cR_e & d & cu - 2cE_e \\ f & gn - 2gj_e & 0 \end{bmatrix}$$

maka persamaan karakteristiknya berdasarkan Definisi 2.2 menjadi:

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & bn - 2bj_e & 0 \\ cm - 2cR_e & d - \lambda & cu - 2cE_e \\ f & gn - 2gj_e & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dari Persamaan (4.5), dimisalkan bahwa:

$$\begin{aligned} K &= bn - 2bj_e \\ L &= cm - 2cR_e \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} Q &= cu - 2cE_e \\ S &= gn - 2gj_e \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & K & 0 \\ L & d - \lambda & Q \\ f & S & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} [(\bar{a} - \lambda)(d - \lambda)(-\lambda) + fKQ] - [KL(-\lambda) + (\bar{a} - \lambda)QS] &= 0 \\ \lambda^3 - (a + d)\lambda^2 + \{ad - (QS + KL)\}\lambda + (aQS - fKQ) &= 0 \end{aligned}$$

(4.7)

Nilai ρ_0, ρ_1, ρ_2 dan ρ_3 dari Persamaan (4.7) diperoleh yaitu:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 1 \\ \rho_1 &= -(a + d) \\ \rho_2 &= ad - (QS + KL) \\ \rho_3 &= aQS - fKQ \end{aligned}$$

Berdasarkan Definisi 2.2 maka Persamaan (4.7) dapat dibentuk menjadi matriks:

$$RH = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_3 & 0 \\ \rho_0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$$

Akan dicari nilai D_1, D_2 dan D_3 sebagai berikut:

$$1. \quad D_1 = |\rho_1| = -(a + d) > 0$$

(4.8)

$$\begin{aligned} 2. \quad D_2 &= \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_3 \\ \rho_0 & \rho_2 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -(a + d) & aQS - fKQ \\ 1 & ad - (QS + KL) \end{vmatrix} \\ &= -(a + d)\{ad - (QS + KL)\} - (aQS - fKQ) > 0 \\ &= D_1\{ad - (QS + KL)\} - (aQS - fKQ) > 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} 3. \quad D_3 &= \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_3 & 0 \\ \rho_0 & \rho_2 & \rho_1 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -(a + d) & aQS - fKQ & 0 \\ 1 & -(QS + KL) & -(a + d) \\ 0 & 0 & aQS - fKQ \end{vmatrix} \\ &= D_1\{ad - (QS + KL)\} - (aQS - fKQ) > 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Sehingga $D_1 > 0$ dan $D_2 = D_3 > 0$ maka berdasarkan Kriteria Routh-Hurwitz bagian riil Persamaan (4.7) bernilai negatif.

Jadi, dapat disimpulkan berdasarkan Teorema 2.1 bahwa titik kesetimbangan ini stabil asimtotik karena bagian riilnya bernilai negatif, jika $-(a + d) > 0$, $ad - (QS + KL) > 0$ dan $(aQS - fKQ) > 0$.

4.2 Analisis Kestabilan Global Model Matematika Hubungan Cinta Romantis (Romeo-Juliet)

Kestabilan global model matematika hubungan cinta romantis secara umum yang disimbolkan dengan (R_e, J_e, E_e) akan ditentukan menggunakan solusi penyelesaian global berdasarkan Definisi 2.3.

Matrik Jacobian secara umum untuk (R_e, J_e, E_e) adalah sebagai berikut:

$$J_{ac} = \begin{bmatrix} a & bn - 2bJ_e & 0 \\ cm - 2cR_e & d & cu - 2cE_e \\ f & gn - 2gJ_e & 0 \end{bmatrix}$$

Bagian dari J_{AC} dapat dituliskan sebagai berikut:

$$H = \frac{1}{2}(J_{ac} + J_{ac}^T) = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2}(bn - 2bJ_e + cm - 2cR_e) & \frac{1}{2}f \\ \frac{1}{2}(bn - 2bJ_e + cm - 2cR_e) & d & \frac{1}{2}(cu - 2cE_e + cu - 2cE_e) \\ \frac{1}{2}f & \frac{1}{2}(cu - 2cE_e + gn - 2gJ_e) & 0 \end{bmatrix}$$

Untuk membuktikan bahwa H merupakan definit negatif maka akan dicari determinan dari matriks H sebagai berikut :

$$D_H = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(K+L) & \frac{1}{2}f & \frac{1}{2}(Q+S) \\ \frac{1}{2}f & d & \frac{1}{2}(Q+S) \\ \frac{1}{2}f & \frac{1}{2}(Q+S) & 0 \end{vmatrix} = \left[\left(\frac{1}{2}(K+L) \right) \left(\frac{1}{2}(Q+S) \right) \left(\frac{1}{2}f \right) + \left(\frac{1}{2}f \right) \left(\frac{1}{2}(Q+S) \right) \left(\frac{1}{2}f \right) \right] - \left[\left(\frac{1}{2}f \right) \left(\frac{1}{2}f \right) (d) + \left(\frac{1}{2}(Q+S) \right) \left(\frac{1}{2}(Q+S) \right) (a) \right]$$

$$= \left(\frac{1}{4}f^2(K+L) + \frac{1}{4}f^2(Q+S) + \frac{1}{4}f^2(Q+S) \right) - \left(\frac{1}{4}f^2(d) + \frac{1}{4}(Q+S)^2(a) \right)$$

Jadi diperoleh H adalah definit negatif yang stabil asimtotik berdasarkan Definisi 2.4, jika $\left(\frac{1}{4}df^2 + \frac{1}{4}aQ^2 + \frac{1}{4}aQS + \frac{1}{4}QS + \frac{1}{4}aS^2 \right) > \left(\frac{1}{4}fKQ + \frac{1}{4}fKS + \frac{1}{4}fLQ + \frac{1}{4}fLS \right)$.

4.4 Tanda-tanda dari Bifurkasi Hopf

Dalam kasus ini dari Persamaan (4.7) telah diperoleh

$$\lambda^3 - (a+d)\lambda^2 + \{ad - (QS + KL)\}\lambda + (aQS - fKQ) = 0$$

dengan,

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 1 \\ \rho_1 &= -(a+d) \\ \rho_2 &= ad - (QS + KL) \\ \rho_3 &= aQS - fKQ \end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema 2.2 untuk bifurkasi Hopf sederhana akan terjadi jika memiliki tanda sebagai berikut:

$$1. \quad \rho_0 > 0, D_1 = \rho_1 > 0, D_2 = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_0 \\ \rho_3 & \rho_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(i) \quad \rho_0 = 1 \\ \rho_0 > 0$$

$$(ii) \quad D_1 = \rho_1 > 0 \\ \rho_1 = -(a+d) > 0 \\ D_1 = \rho_1 > 0 \\ D_1 > 0 \text{ jika } -(a+d) > 0$$

$$(iii) \quad D_2 = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_0 \\ \rho_3 & \rho_2 \end{vmatrix} = \rho_1\rho_2 - \rho_0\rho_3 = 0 \\ \{ad - (QS + KL)\}(a+d) - Q(dS - fK) = 0$$

Dari Persamaan (4.11), (4.12), (4.13) maka syarat pertama (1) tanda-tanda adanya bifurkasi terpenuhi.

$$2. \quad \frac{\partial D_2}{\partial x_i} \neq 0 \text{ yakni } \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_1\rho_2 - \rho_0\rho_3) \neq 0$$

$$\text{untuk } i = 1, 2, 3 \\ \frac{\partial D_2}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial R} \{ad - (QS + KL)\}(a+d) \\ = \frac{\partial}{\partial R} \{ad - (cu - 2cE_e)(gn - 2gJ_e) + (bn - 2bJ_e)(cm - 2cR_e)\}(a+d) \\ = \frac{\partial}{\partial R} \{ad - (cugn - 2cE_e gn - eu2gJ_e + 2cE_e 2gJ_e)\} \\ + \frac{\partial}{\partial R} \{bn cm - 2bJ_e cm - bn 2cR_e + 2bJ_e 2cR_e\}(a+d) \\ = 2bJ_e 2c - 2c \\ = 2cb(2J_e - n)$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial J_e} = \frac{\partial}{\partial J_e} \{ad - (cu - 2cE_e)(gn - 2gJ_e) + (bn - 2bJ_e)(cm - 2cR_e)\}(a+d) \\ = \frac{\partial}{\partial J_e} \{ad - (cu - 2c)(dgn - 2dgJ_e) - (fbn - 2fbJ_e)\} \\ = 2bcm + 2b2cR_e - cu2dg + 2cE_e 2dg + cu2fb + 2E_e c2fb \\ = 2bc(m - 2R_e) - 2cdg(u - 2E_e) - 2cfb(u - 2E_e) \\ = 2bc(m - 2R_e) - 2c(bf + dg)(u - 2E_e) \\ = bc(m - 2R_e) - c(bf + dg)(u - 2)$$

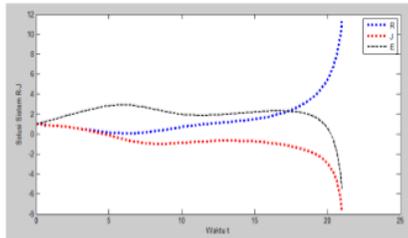
$$\frac{\partial D_2}{\partial E_e} = \frac{\partial}{\partial E_e} \{ad - (cu - 2cE_e)(gn - 2gJ_e) - (cu - 2cE_e)(dgn - 2dgJ_e) - fbn - 2fbJ_e\} \\ = 2cgn + 2c2gJ_e - 2cdgn + 2c2dgJ_e - 2cfbn + 2c2fbJ_e \\ = 2cg(2J_e - n) + 2c(bf + dg)(2J_e - n) \\ = cg(2J_e - n) + c(bf + dg)(2J_e - n)$$

Tanda-tanda terjadinya bifurkasi Hopf sederhana pada Model (4.1) telah terpenuhi.

4.5 Simulasi Model

Dinamika hubungan romantis (Romeo-Juliet) diperoleh dari sistem Persamaan (4.4) dapat digambarkan dalam bentuk grafik dengan melakukan simulasi pada sistem tersebut dengan menggunakan nilai awal dan semua nilai parameter.

Misalkan nilai awal $R(0)=1, J(0)=1, E(0)=1$ dan parameter yang memenuhi syarat $-(a+d) > 0$, $ad - (QS + KL) > 0$ dan $(aQS - fKQ) > 0$.



Gambar 4.1 Grafik solusi

Pada Gambar 4.1 menunjukkan bahwa untuk $t > 17,68$ grafik tidak terdefinisi (asimtot) dan untuk $t \leq 17,68$ grafik terdefinisi dengan baik, sehingga membagi dua daerah yaitu stabil dan tidak stabil. Ini berarti pada model ini terjadi bifurkasi.

5. Kesimpulan

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian ini didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika hubungan cinta yang romantis antara Romeo dan Juliet dapat diisikan sebagai berikut:

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ(n - J) + p$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR(m - R) + dJ + cE(u - E) + q$$

$$\frac{dE}{dt} = fR + gJ(n - J) + r$$

2. Kestabilan model matematika di titik kesetimbangan adalah sebagai berikut:
 - a. Diperoleh empat titik kesetimbangan yaitu (R, J_1, E_1) , (R, J_2, E_2) , (R, J_3, E_3) , dan (R, J_4, E_4) tetapi yang diperoleh adalah kestabilan lokal asimtotik secara umum.
 - b. Kestabilan global secara umum adalah stabil asimtotik karena memenuhi sifat matriks definit negatif.
3. Terjadi tanda bifurkasi yang memenuhi teorema dan syarat dari kriteria bifurkasi.

Pada bagian kesimpulan dituliskan temuan penelitian secara singkat, ringkas dan padat, tanpa tambahan interpretasi baru lagi. Pada bagian ini juga dapat dituliskan kelebihan dan kekurangan dari penelitian, serta rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.

Daftar Pustaka

- Anton, H. 1994. *Aljabar Linier Elementer-Second Edition*. Terjemahan Pantur Silabahan dan I Nyoman Susila. Erlangga, Jakarta.
- Gantmacher, F. R. 1959. *The Theory of Matrices*. Chelsea, New York.
- Ghosh, K. 2011. Love between Two Individuals in a Romantic Relationship: A Newly Proposed Mathematical Model. *International Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA 2011)*.
- Hartman, P & Olech, C. 1962. *On Global Asymptotic Stability of Solutions of Differential Equations*, Private Communication.
- Liu, W. 1994. Criterion of Hopf Bifurcations Without Using Eigenvalues. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.
- Perko, L. 1991. *Differential Equation an Dynamical Systems*. Text in Applied Mathematic Vol 7. Springer-Verlag, New York, USA.
- Ross, S. L. 1984. *Differential Equation Third Edition*. New York, John Wiley & Sons.
- Rinaldi, S. 1998. Love Dynamics: The Case of Linear Couples. *Apply Mathematics and Computatin*.
- Sprott, J. C. 2004. *Dynamical Models of Love. Nonlinear Dynamics, Psychology and Life Sciences*.
- Strogatz, S. H. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering.

MODEL MATEMATIKA HUBUNGAN CINTA ROMANTIS (ROMEO-JULIET)

ORIGINALITY REPORT

15%

SIMILARITY INDEX

13%

INTERNET SOURCES

8%

PUBLICATIONS

9%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	davesamuels.com Internet Source	1%
2	iplbi.or.id Internet Source	1%
3	www.aveit.org Internet Source	1%
4	www.scribd.com Internet Source	1%
5	www.seismicexchange.com Internet Source	1%
6	gcn.gsfc.nasa.gov Internet Source	1%
7	www.inderscienceonline.com Internet Source	1%
8	docplayer.net Internet Source	1%
9	e-repository.perpus.iainsalatiga.ac.id	

Internet Source

<1%

10

www.absolutefreedate.com

Internet Source

<1%

11

V.V. Dodonov, A.S.M. de Castro, S.S. Mizrahi. "Covariance entanglement measure for two-mode continuous variable systems", Physics Letters A, 2002

Publication

<1%

12

www.esi2.us.es

Internet Source

<1%

13

"Methodological Aspects of Integrative and Person-Oriented Health Care Evaluation", Complementary Medicine Research, 2017

Publication

<1%

14

sevenger9.gratisphphost.info

Internet Source

<1%

15

arxiv.org

Internet Source

<1%

16

Linda R. Brown, Robert A. Toth. "Comparison of the frequencies of NH₃, CO₂, H₂O, N₂O, CO, and CH₄ as infrared calibration standards", Journal of the Optical Society of America B, 1985

Publication

<1%

17	es.scribd.com Internet Source	<1%
18	twiki.ph.rhul.ac.uk Internet Source	<1%
19	repositori.uin-alauddin.ac.id Internet Source	<1%
20	orca.cf.ac.uk Internet Source	<1%
21	Submitted to Universitas Jember Student Paper	<1%
22	resourcelists.brookes.ac.uk Internet Source	<1%
23	www.utiicm.com Internet Source	<1%
24	eprints.uny.ac.id Internet Source	<1%
25	jmua.fmipa.unand.ac.id Internet Source	<1%
26	Submitted to King's College Student Paper	<1%
27	A E Berstad, P Brandtzaeg, R Stave, T S Halstensen. "Epithelium related deposition of activated complement in Helicobacter pylori associated gastritis.", Gut, 1997	<1%

28 eprints.umm.ac.id <1 %
Internet Source

29 Submitted to Universitas Muhammadiyah
Surakarta <1 %
Student Paper

30 id.123dok.com <1 %
Internet Source

31 Hua-Jie Song, Feng-Lei Huang. "Accurately
Predicting the Density and Hydrostatic
Compression of Hexahydro-1,3,5-Trinitro-1,3,5-
Triazine from First Principles", Chinese Physics
Letters, 2011 <1 %
Publication

32 Submitted to National Research University
Higher School of Economics <1 %
Student Paper

33 Submitted to Hellenic Open University <1 %
Student Paper

34 Submitted to UIN Sunan Gunung DJati Bandung <1 %
Student Paper
